

שם מרצה : ד"ר ערישה תאג' יחיא חוסאם  
פתור 3 שאלות.  
משך הבחינה : 4 שעות .

שאלה 1) (33 נקודות)

(א) תהי  $\{ -1, \dots, 67 \} \subset \mathbb{Z}_{67}$  קבוצת השלמים מודולו 67,  $x, y \in \mathbb{Z}_{67}$  נגדיר פעולה בינארית  $\square$  :  $x \square y = xy - 11x - 11y$  (א) השלם את החסר ומצא את איבר היחידה. (ב) מצא האיבר הופכי לאיבר 27 בפעולה  $\wedge$  וסדר האיבר 27.  
(ג) האם חוק הקיבוץ מתקיים .

שאלה 2) (33 נקודות)

הקבוצה  $G = \{ e, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7 \}$  יחד עם הפעולה הבינארית \* מהווה חבורה .

*	e	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>
e	e	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>
a <sub>1</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	e	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>		a <sub>4</sub>
a <sub>2</sub>	a <sub>2</sub>							
a <sub>3</sub>	a <sub>3</sub>	e	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>7</sub>			
a <sub>4</sub>					e			
a <sub>5</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>		
a <sub>6</sub>	a <sub>6</sub>				a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>		a <sub>1</sub>
a <sub>7</sub>	a <sub>7</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>					a <sub>2</sub>

(א) חשב את הדרגה של האיברים.  
(ב) חשב את  $a_6^{8487} * a_3^{48151} * a_7^{-9971} * a_5^{7517}$ .

(ג) חשב את X :  $X * a_3^{324179} = X * a_4^{728} * a_6^{-21871} * a_7^{5725}$ .

שאלה 3 (33 נקודות)

א) חשב את  $X$ :

$$34^{2345} \bmod(64) + 56^{8455} \bmod(64) + X = 19 \bmod(64)$$

ב) מצא את הסדר ואת האיבר ההופכי לאיבר

774 בחבורה הכפלית  $\{0\} - Z_{69}$ .

ג) מצא 3 חבורות ציקליות מסדרים שונים בחבורה הכפלית

$\{0\} - Z_{69}$ .

ד) תהי  $Z_{47}$  קבוצת השלמים מודולו 47,  $x, y \in Z_{47}$  נגדיר שתי פעולות

בינאריות  $x * y = -18xy$ ,  $x \wedge y = xy - 8x - 8y - 39$  כאשר  $+$ ,  $-$ ,  $\cdot$  הן

פעולות בין מספרים הרגילות. א) חשב את האיבר היחידה. מצא האיבר

הופכי לאיבר 41 בפעולה  $*$ .

ה)

חשב את  $y$  (אם יש):  $(8y)^* [(19*y)^{\wedge}16] = 23$ .