

סמסטר א  
מועד א

מבחן בחשבון דיפרנציאלי  
לתלמידי מתמטיקה ומדעי המחשב

שם המרצה: ד"ר ערישה חאג יחיא חוסאם

משך הבחינה: 4 שעות חומר פתוח

ענה על כל השאלות הבאות :

שאלה 1 (25 נקודות) :

(א) שרטט את הפונקציה שמקימת את התנאים הבאים :

$$\lim_{x \rightarrow 10^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 10^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 15^-} f(x) = -5$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -8, \lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 15^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -12, \lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = +8$$

(ב) מצא את a, b אם הגבול נתון :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(b^2+4b-a)x^7 + (b+1)x^5 - b}{(a-12)x^8 - (b^2-5b-2-a)x^3 + 8} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-14+b^2+5b)x^7 + (a^2+2a-8)x^4 + 8}{(b^2-4)x^3 + (b^2+3b-8)x^{11} + (a^2+7a-8)x^8 + 6} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{-8xa - 16a}{(x^2 - 14 + (a-5)x - a^2)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 8^+} \frac{(x^2 - (a+2)x - a^2 - 4a - 20)}{(2x^2 - 30x + 112)} = 6$$

שאלה 2 (25 נקודות) נתונה הפונקציה הבאה:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+12}{-a^2+x^2 - (a^2-a-6)x + 5} & x \leq 2 \\ 3 & \\ \log_a(x^2+x-6) & x > 2 \end{cases}$$

(א) מצא את  $a$  אם  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  קיים בנקודה  $x=2$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - x^2}{-x^2 + 2x} = 5, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 - 4) \log_3 f(x) \text{ (ב) מצא את הגבול}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-x-2}{f(x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \log_2 (f(x)) = 8$$

$$\frac{-x^2 - x + 3}{f(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \arctan \left( \frac{x^2 + 3}{x-2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - 2}{\tan \left( x^2 - 4 - \frac{\pi}{2} \right)}$$

שאלה 3 (30 נקודות) נתונה הפונקציה הבאה:

(א)

$$f(x) = \begin{cases} \log_{a+8}(x^2 + 12) + 3 \log_{a+8}(x^2 + x - 6) & x > 2 \\ \frac{a-b}{(x-2)^2} + 3 \log_4(a+4x) - 5 & x > 2 \\ \frac{x^2 + 3x + 6}{4} & x > 2 \end{cases}$$

מצא את  $a$  אם הגבול בנקודה  $x=2$  קיים.

(ב)

ועבור איזה ערכים של  $a$  :

$$0 = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\text{Log}_{a^2+5a-5}(x+5) - \text{Log}_{a^2+5a-5}(x+4)}{x-3}$$

(ג) שרטט את הפונקציה הבאה :

$$f(x) = \begin{cases} \text{Log}_4(x^2 - x - 6) & x > 3 \\ \text{Log}_3(x^2 + x + 15) & x \leq 3 \end{cases}$$

עבור איזה ערכים של  $a$  :

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (\log_2(ax^2 - (a+2)x + 4) - 5)$$

שאלה 4 (30 בקורות)

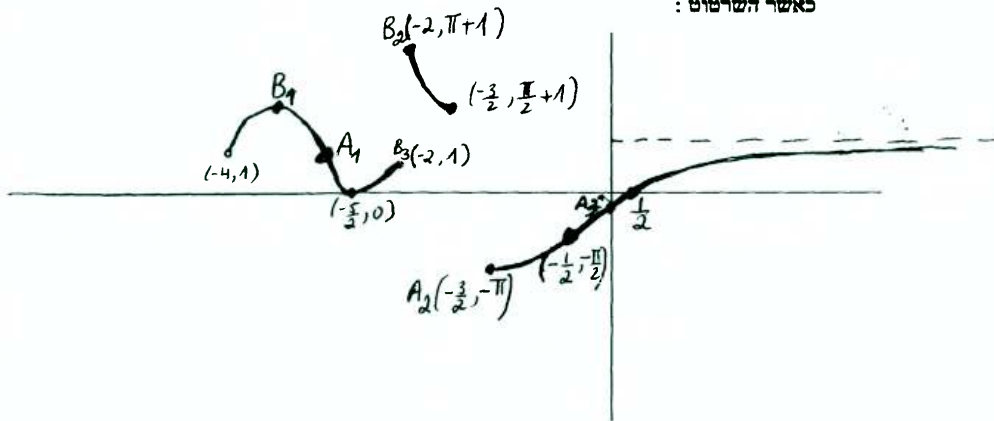
(א) מצא את הפונקציה הבאה (ב) מצא את הגבול במקודות של A, B (גבול משמאל וימין)

(ג) מצא את הגבול שווה  $\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi+1}{2}, -\frac{\pi}{2}, 2, \pi+1$  (גבול משמאל וימין)

השלישי

$$f(x) = \begin{cases} a_1 \operatorname{arctg}(b_1 x + c_1) + d_1 & x > -\frac{3}{2} \\ a_2 \arccos(b_2 x + c_2) + d_2 & -2 < x < -\frac{3}{2} \\ a_3 \sin(b_3 x + c_3) + d_3 & x < -2 \end{cases}$$

כאשר השרטוט:



(ב) שרטט את הפונקציה הבאה:

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}x - 4\right) + 2 & -\pi + 8 < x < 3\pi + 8 \\ \sin\left(\frac{1}{2}x - 4\right) + 1 & x > 3\pi + 8 \\ 2\operatorname{arctg}(x + \pi - 8) + \frac{\pi}{2} & x < -\pi + 8 \end{cases}$$

(ג) בתחום הראשון מתי הגבול שווה: 3, בתחום השני מתי  $\frac{1}{2}$ , בתחום השלישי  $-\frac{\pi}{2}$ .

חשב את גבול משמאל וימין):  $\lim_{x \rightarrow (-\pi + 8)} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3\pi + 8} f(x)$

$x \rightarrow (-\pi + 8)$        $x \rightarrow 3\pi + 8$

(ג) מצא את  $a$  אם הגבול נתון :

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \arctan \left( \frac{x+a}{(a^2+3a-3)x^6-x} \right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \tan \left( 2x^2 + (-\pi-6)x + \frac{5\pi}{2} \right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = 0$$