

اختبار في التحليل العددي - موعداً - 2012/

أجب على 3 أسئلة فقط - بالتتابع.

1. أ. احب مجموع كل سلسلة: (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2^n+1}{3^n}\right)^2$  (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+2n}$

ب. افحص تقارب كل سلسلة أو تباعدتها: (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$  (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+1}$

2. أ. جد تقريب تايلور للدالة  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  حول  $x_0 = 8$  من الترتيب  $n=5$  واكتب دالة الخطأ. ثم احب  $\sqrt[3]{9}$  بالتقريب وقدر الخطأ.

ب. جد تقريب تايلور للدالة  $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$  حول  $x_0 = 2$  من الترتيب  $n=3$  واكتب دالة الخطأ.

3. معطى المعادلة:  $x^3 + 6x + 11 = 0$

أ. حل المعادلة حسب طريقة التنصيف، بحيث يكون الخطأ أصغر من  $\frac{1}{128}$  وسجل متوالية التقريب = ~~تسجيل~~ (أي وضع المراحل).

ب. حل المعادلة المعطاة حسب قانون المعادلة التكعيبة.

4. أ. حل المعادلة  $\cos x = \frac{x}{2}$  (في المجال  $[0, \frac{\pi}{2}]$ ) حسب طريقة

رايون - نيوتن. ارسم واشرح مراحل الحل، سجل التقريباً = الأربعة الأول كما تظهر على الشاشة واكتب الجواب الذي تنتهي اليه الحاسب.

ب. حل المعادلة  $\frac{1}{4}e^x = \sqrt{x}$  حسب طريقة رايون - نيوتن، سجل التقريباً = الأربعة الأول كما تظهر على الحاسب واكتب الجواب الذي تنتهي اليه الحاسب. ارسم!

بالتتابع الباهر.

مميز العاقل

$$x^3 + px + q = 0$$

$x = 0$	$p > 0 \quad q = 0$
$x = 0, x = \sqrt{-p}, x = -\sqrt{-p}$	$-p \geq 0$
$x = \sqrt{-q}$	$p = 0$
$x = 2\sqrt{\frac{p}{3}} \sinh\left(\frac{1}{3} \sinh^{-1}(-\Delta)\right)$	$p > 0$
$x_k = 2\sqrt{\frac{-p}{3}} \sin\left(\frac{1}{3} \sin^{-1}(\Delta) + 120^\circ k\right)$	$\Delta < 1$
$k = 0, 1, 2$ كذا	$\Delta = \frac{3\sqrt{3}q}{2p\sqrt{p}}$
$x = \sqrt{-\frac{p}{3}}, x = -2\sqrt{-\frac{p}{3}}$	$\Delta = 1$
$x = 2\sqrt{-\frac{p}{3}}, x = -\sqrt{-\frac{p}{3}}$	$\Delta = -1$
$x = -\operatorname{sgn}(q) 2\sqrt{\frac{-p}{3}} \cosh\left(\frac{1}{3} \cosh^{-1} \Delta \right)$	$ \Delta  > 1$

رابون-نون

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

تايلور

$$f(x) = f(a) + f'(a)x + \frac{f''(a)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}x^n + R_n(x)$$

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(a)}{(n+1)!}x^{n+1}$$

c نقر بينة