

اكاديمية القاسمي

امتحان بمادة : دوال بعدة متغيرات
مستوى : رياضيات
موعد : أ
المحاضر : عثمان جابر
مدة الامتحان : ساعتان ونصف
مواد مساعدة : حاسبة فقط

اجب عن جميع الأسئلة. اكتب بخط واضح ومرتب وبالتفصيل.

السؤال الأول (٢٥ نقطة)

(أ) عرِّب بالرسم، ثم صف مجال تعريف الدالة التالية :

$$H(x, y) = \frac{\cos(2xy)}{\ln(1 - \sqrt{x^2 + y^2 - 9})}$$

(١٥ نقطة)

(ب) جد وصف خطوط الارتفاع الخاصة بالمسطح:

$$z = e^{x^2 + y^2 + 4x - 9y + 13}$$

(١٠ نقاط)

السؤال الثاني (٢٥ نقطة)

احسب النهايات التالية (إن وجدت). فصل خطوات الحل :
(أ)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x + x^2 y}{x^2 + y^2}$$

(١٣ نقطة)

$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,1,3)} \frac{\sin(x \cdot (y + z))}{3xy} =$$

(ب) (١٢ نقطة)

السؤال الثالث (٢٥ نقطة)

أ. معطى الدالة :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y \sin y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 2 - \sqrt{m^2 - 3m} & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

• لأي قيم m تكون الدالة $f(x, y)$ متصلة؟ فصل خطوات الحل. (١٥ نقطة)

ب. معطى $z = \sqrt{x} + f(\sqrt{x} - y)$
جد كل من z و f إذا علمت أن $z = x$ عندما $y = 0$. (١٠ نقاط)

ملاحظة : لا علاقة للبند ب في أ.

السؤال الرابع (٢٥ نقطة)

أ. هل هناك تقاطعاً بين المسطحين: $z = (x-2)^2 + y^2$ و $x + y + z = 4$ ؟
إذا كان هناك تقاطعاً، فما هو المنحنى الناتج؟ إذا لم يكن هناك تقاطعاً علل إجابتك. (١٥ نقطة)

ب. عبّر عن المجال الذي تعبر عنه المجموعة التالية في R^2 :

$$D = \{(x, y) : y \geq x^2 - 3x + 2, (x+1)^2 + y^2 \leq 9\}$$
 (١٠ نقاط)

أرجو لكم النجاح