

اختبار في مقدمة علم الأعداد "موعد أ - شتاء 2013
أجب على 4 أسئلة فقط - بالنجاح - الزمن : ساعتان
يسمح باستعمال الحاسبة .

1. تُخذ كل قلم من الصنف أ هو 10 شاقل، وتُمن كل 4 أقلام من الصنف ب هو 2 شاقل، وتُمن كل قلم من الصنف ج هو 4 شاقل. طلب شخص من البائع أن يعطيه أقلاماً من الأصناف الثلاثة بحيث يكون عددها 200 وتُمنها 400 شاقل. كم قلماً يعطي البائع للشخص من كل صنف؟ كم صلاً لكأله؟ رتب جميع الحلول في جدول.

2. أ. تعرّف : بديهية الاستقرار الرياضي . مبدأ القصة الصغرى . وأعط أمثلة .
ب. برهن أن لكل n طبيعي يتحقق :

$$\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \frac{4}{5!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!} = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$$

3. أ. اصب $\gcd(9917, 6119)$
ب. جد الحل العام للمعادلة $9917x + 6119y = 211$.
ج. جد الحل العام للمعادلة $9917x + 6119y = 166479$
د. جد جميع الحلول الموجبة ($x > 0$ و $y > 0$) للمعادلة التي في فرع ج.

4. أ. جد جميع الثلاثيات الفيثاغورية ذات الصورة $(60, b, c)$.
ب. برهن أنه لا توجد ثلاثية فيثاغورية (a, b, c) بحيث أن a و b فرديان . (ج) هل توجد ثلاثية فيثاغورية من الصورة $(a, b, 67)$ ؟ علل .

5. أ. برهن : إذا كان a و b كلٌّ منهما مجموع مربعين فإن حاصل ضربهما هو أيضاً مجموع مربعين .
ب. جد أربع ثلاثيات فيثاغورية من الصورة $(x, y, 377)$

بالنجاح الباهر